Wintersemester 2021/22
Prof. Dr. S. Held
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
13. Übung

1. Betrachten Sie folgendes Problem: Finde zu einem gegebenen Graph G eine möglichst kleine Menge $X \subseteq V(G)$ mit $X \cup \Gamma(X) = V(G)$. Hier ist $\Gamma(X)$ wieder die Menge der Nachbarn von X. Man zeige, dass es für dieses Problem genau dann einen polynomiellen Algorithmus gibt, wenn $P = NP$ ist. (5 Punkte)

2. Sei $k \geq 2$ eine Konstante. Beweisen Sie, dass es NP-vollständig ist zu entscheiden, ob ein gegebener ungerichteter Graph G einen aufspannenden Baum T enthält, in dem kein Knotengrad größer als k ist. (5 Punkte)

3. Beweisen Sie, dass folgendes Problem, das etwa im Verlaufe eines Doppelkopfturniers auftreten könnte, NP-schwer ist: Gegeben seien $n \in \mathbb{N}$, eine Menge S mit $4n$ Elementen (Doppelkopfspieler) und eine Menge $\mathcal{X}$ von vierelementigen Teilmengen von S (unerwünschte Tischzusammensetzungen). Gesucht ist eine Partition von S in vierelementige Teilmengen, so dass möglichst wenige davon zu $\mathcal{X}$ gehören. (5 Punkte)

4. Beschreiben Sie für das Entscheidungsproblem PARTITION einen Algorithmus, dessen Laufzeit $O(p(C))$ ist, wobei p ein Polynom und $C = \sum_{i=1}^{n} c_i$ die Summe der natürlichen Zahlen ist, aus denen die Instanz besteht. Erklären Sie, warum dies nicht $P = NP$ impliziert. (5 Punkte)

Abgabe: Dienstag, der 25.1.2022, **vor** der Vorlesung im Hörsaal

Hinweis auf eine Konferenz in Bonn:
Graduate Research Opportunities for Women at Bonn (GROW@Bonn), mit Unterstützung des Hausdorff Center for Mathematics https://www.hcm.uni-bonn.de/de/grow2022/ (31. März - 2. April 2022)