

Einführung in die Diskrete Mathematik

10. Übung

1. Zeigen Sie, dass der Wert eines blockierenden s - t -Flusses in einem Netzwerk (G, u, s, t) mit azyklischem Graphen G höchstens um den Faktor $|V(G)|$ kleiner ist als der Wert eines maximalen Flusses. Zeigen Sie außerdem, dass diese Schranke bis auf einen konstanten Faktor bestmöglich ist. (4 Punkte)
2. Eine Fluglinie will p Flüge auf unterschiedlichen Strecken mit möglichst wenigen Flugzeugen durchführen. Alle verwendeten Flugzeuge sollen dabei vom selben vorgegebenen Typ sein. Für jeden Flug sei der Abflugzeitpunkt a_i festgelegt und seine Flugdauer t_i bekannt ($i = 1, \dots, p$). Ein Flugzeug benötigt r_{ij} Stunden, um nach der Landung am Zielpunkt von Flug i den Startpunkt von Flug j zu erreichen und dort einsatzbereit zu sein ($i, j = 1, \dots, p$). Wie kann man effizient eine optimale Lösung für dieses Problem finden? (4 Punkte)
3. Man nenne einen s - t -Präfluss f maximal, wenn $\text{ex}_f(t)$ maximal ist.
 - (a) Man zeige, dass es für jeden maximalen Präfluss f einen maximalen Fluss f' mit $f'(e) \leq f(e)$ für alle $e \in E(G)$ gibt.
 - (b) Man zeige, wie man in $O(nm)$ Zeit einen maximalen Präfluss in einen maximalen Fluss umwandeln kann. (4 Punkte)
4. Man zeige, dass der PUSH-RELABEL-ALGORITHMUS $O(n^2m)$ nichtsaturierende Pushes durchführt, unabhängig von der Wahl von v in ③. (4 Punkte)
Hinweis: Betrachten Sie $\Phi := \sum_{v \text{ aktiv}} \psi(v)$.

Abgabe: Dienstag, den 20.12.2011, vor der Vorlesung.

Hinweis der Mentorengruppe:

Am Do, 15.12. um 18 Uhr s.t. stellt Thomas Weyd im Konferenzraum des Arithmeums seine theoretische Bachelorarbeit zum Thema "Leafcell-Layout" vor. Leafcells bestehen immer aus relativ wenigen Transistoren, die geeignet platziert und verdrahtet werden müssen.