Wintersemester 2008/09 Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Prof. Dr. S. Hougardy Universität Bonn
Dr. U. Brenner
C. Mohr

Algorithmische Mathematik I

9. Übung

1. Sei G ein Graph mit Kantenlängen c und $s, t \in V$. Wir wollen einen kürzesten s-t-Weg finden, indem wir Dijkstras Algorithmus von beiden Knoten s und t aus starten.

   (a) Wir stoppen, sobald ein Knoten $v \in V$ aus Q_s und Q_t entfernt wurde. Geben Sie ein Beispiel an, in dem dann $l_s(v) + l_t(v) > \mathrm{dist}_{(G,c)}(s,t)$ gilt.

   (b) Wie findet man mit dieser Abbruchbedingung dennoch einen kürzesten s-t-Weg?

   (10 Punkte)

2. (a) Seien T und T' zwei minimal spannende Bäume in einem Graphen G, und seien $e_1 \leq e_2 \leq \cdots \leq e_{n-1}$ bzw. $e'_1 \leq e'_2 \leq \cdots \leq e'_{n-1}$ die Gewichte der jeweiligen Baumkanten. Folgt dann zwingend, dass $e_i = e'_i$ für $i = 1 \ldots, n-1$?

   (b) Man zeige: Entfernt man aus einem gewichteten, zusammenhängenden Graphen sukzessive die schwerste Kante, die nicht den Zusammenhang des Graphen zerstört, so bleibt am Ende ein minimal spannender Baum übrig.

   (10 Punkte)

3. Gegeben seien ein kreisfreier gerichteter Graph G, $c : E(G) \to \mathbb{R}$ und $s, t \in V(G)$. Man zeige, wie man einen kürzesten s-t-Weg in linearer Zeit finden kann. (10 Punkte)

4. Sei G ein gerichteter Graph mit ganzzahligen positiven Kantengewichten, die durch eine Konstante C beschränkt sind. Seien $s, t \in V(G)$. Wie kann man in linearer Laufzeit einen kürzesten s-t-Weg in G bestimmen? (10 Punkte)

Abgabe: Mittwoch, den 7.1.2009, **vor** der Vorlesung.