Wintersemester 2008/09 | Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Prof. Dr. J. Vygen | Universität Bonn
Dr. U. Brenner

Einführung in die Diskrete Mathematik
6. Übung

1. Sei G ein gerichteter Graph mit konservativen Kantengewichten $c : E(G) \to \mathbb{R}$. Seien $s, t \in V(G)$, wobei t in G von s aus erreichbar sei. Man zeige: Die minimale Länge eines s-t-Weges in G ist gleich dem maximalen Wert von $\pi(t) - \pi(s)$, wobei π ein zulässiges Potenzial von (G, c) sei. (4 Punkte)

2. Sei (G, u, s, t) ein Netzwerk, und seien $\delta^+(X)$ und $\delta^+(Y)$ minimale s-t-Schnitte in (G, u). Zeigen Sie, dass $\delta^+(X \cap Y)$ und $\delta^+(X \cup Y)$ auch minimale s-t-Schnitte in (G, u) sind. (4 Punkte)

3. Sei G ein ungerichteter Graph, in dem es zwei nicht benachbarte Knoten gibt. Wie kann man in polynomieller Zeit eine Menge $X \subset V(G)$ minimaler Kardinalität finden, so dass $G - X = G[V(G) \setminus X]$ unzusammenhängend ist? (4 Punkte)

4. Man beweise den Zirkulationssatz von Hoffman: Gegeben seien ein gerichteter Graph G und untere bzw. obere Schranken $l, u : E(G) \to \mathbb{R}_+$ mit $l(e) \le u(e)$ für alle $e \in E(G)$. Dann gibt es genau dann eine Zirkulation f mit $l(e) \le f(e) \le u(e)$ für alle $e \in E(G)$, wenn

$$\sum_{e \in \delta^-(X)} l(e) \le \sum_{e \in \delta^+(X)} u(e) \text{ für alle } X \subseteq V(G) \text{ gilt.}$$

(4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 2.12.2008, **vor** der Vorlesung.